

非线性灰色微分方程 $\frac{dx}{dt} + ax^{\otimes a} = b$ 的拟合

杨秋明

(江苏省气象台)

摘要 本文给出了拟合非线性灰色微分方程 $\frac{dx}{dt} + ax^{\otimes a} = b$ 的计算方法, 并讨论了它的性质及应用。

关键词: 非线性灰色微分方程; 拟合; 预测

一、引言

线性灰色模型 $GM(1, 1)$ 对具有指数规律变化的非负数函数 $\{x^{(1)}(i)\} (i \in I) (x^{(1)}(i)$ 为原始序列 $x^{(0)}(i)$ 的一次累加生成, I 为整数集) 进行拟合有较高的精度, 为了对于一般的非负单调序列也能用曲线较好地拟合, 本文给出拟合非线性灰色微分方程 $\frac{dx^{(1)}}{dt} + a[x^{(1)}]^{\otimes a} = b$ 的计算方法, 并讨论它的性质及应用, 将这个模型记为 $GM(1, 1; (\otimes)_a)$, 它是线性灰色模型 $GM(1, 1)$ 的一个推广。

二、基本定理

定义 设数函数 $\{x^{(0)}(i), i = 1, 2, \dots, N\}$ 满足: 1) $x^{(0)}(i) > 0$ (非负); 2) $x^{(0)}(i) > x^{(0)}(i-1)$ (递增)。数函数的一阶差分 $x^{(0)}[i, i-1] = x^{(0)}(i) - x^{(0)}(i-1)$, 二阶差分 $x^{(0)}[i+1, i, i-1] = x^{(0)}[i+1, i] - x^{(0)}[i, i-1]$ 。对于 $1 \leq i \leq N$, 如果 $x^{(0)}[i+1, i, i-1] > 0$, 那么 $\{x^{(0)}(i)\}$ 上凹; 如果 $x^{(0)}[i+1, i, i-1] < 0$, 那么 $\{x^{(0)}(i)\}$ 上凸。若 $\exists \varepsilon > 0$, 满足 $\frac{x^{(0)}(i)}{\sum_{k=1}^{i-1} x^{(0)}(k)} < \varepsilon$, 称 $x^{(0)}(i)$ 是光滑的。若 $\bar{x}^{(0)}(i) = \frac{1}{2}[x^{(0)}(i) + x^{(0)}(i-1)]$, 则

$\bar{x}^{(0)}(i)$ 称为数函数 $x^{(0)}(i)$ 的均值生成。

引理1 非负单调数函数 $x^{(0)}(i)$ 的一次累加生成 (1AGO) 的数函数 $x^{(1)}(i)$ 可用上凹或上凸的连续光滑曲线来拟合。

证明 由 $x^{(0)}(i) > 0$, $x^{(1)}(i) = \sum_{k=1}^i x^{(0)}(k)$, 设 $x^{(0)}(i+1) > x^{(0)}(i)$, 得 $x^{(1)}[i+1, i, i-1] = x^{(0)}(i+1) - x^{(0)}(i) > 0$, 是上凹数函数, 可以用上凹的连续光滑曲线来拟合。

本文于1988年11月30日收到。

同理, 若 $x^{(0)}(i+1) < x^{(0)}(i)$, 可证 $x^{(1)}[i+1, i, i-1] < 0$, 可用上凸的连续光滑曲线来拟合.

推论 $x^{(1)}(i)$ 可用满足非线性微分方程 $\frac{dx^{(1)}}{dt} + a[x^{(1)}]^{\otimes a} = b$ 的光滑曲线 $f(t; a, b, \odot_a)$ 来拟合.

证明 将 $x^{(1)}(t) = f(t; a, b, \odot_a)$ 代入微分方程, 取 $\odot_a$ 的某一白化值 a_0 , 得 $\frac{df}{dt} + af^{a_0} = b$, 对 t 求导得 $\frac{d^2f}{dt^2} = -aa_0f^{a_0-1}\frac{df}{dt}$, 其中 a_0, f^{a_0-1} 均大于零, $-a$ 为常数, $\frac{df}{dt}$ 不变号, 所以 $\frac{d^2f}{dt^2}$ 不变号, $f(t; a, b, \odot_a)$ 为上凹或上凸曲线, 由引理 1, 可以拟合 $x^{(1)}(i)$.

引理 2 若 $x^{(0)}(i)$ 非负单调递增, $x_1^{(0)}(i) = x^{(0)}(i) + d_0$ (d_0 为非负常数), 则

$$\frac{x_1^{(0)}(i)}{\sum_{k=1}^{i-1} x_1^{(0)}(k)} < \frac{x^{(0)}(i)}{\sum_{k=1}^{i-1} x^{(0)}(k)}.$$

证明 由 $x^{(0)}(i) > 0$, $x^{(0)}(i) > x^{(0)}(i-1) > \dots > x^{(0)}(1)$, $\sum_{k=1}^{i-1} x^{(0)}(k) = x^{(0)}(1) + \sum_{k=2}^{i-1} x^{(0)}(k) < x^{(0)}(i) + \sum_{k=2}^{i-1} x^{(0)}(k) < 2x^{(0)}(i) + \sum_{k=2}^{i-1} x^{(0)}(k) < \dots < (i-1)x^{(0)}(i)$ 得 $\sum_{k=1}^{i-1} x^{(0)}(k) < (i-1)x^{(0)}(i)$, 两边乘 d_0 , 加 $\left(\sum_{k=1}^{i-1} x^{(0)}(k)\right)x^{(0)}(i)$, 得

$$\frac{d_0 + x^{(0)}(i)}{\sum_{k=1}^{i-1} (d_0 + x^{(0)}(k))} < \frac{x^{(0)}(i)}{\sum_{k=1}^{i-1} x^{(0)}(k)}, \text{ 即 } \frac{x_1^{(0)}(i)}{\sum_{k=1}^{i-1} x_1^{(0)}(k)} < \frac{x^{(0)}(i)}{\sum_{k=1}^{i-1} x^{(0)}(k)}.$$

由引理 2 可以看出, 对 $x^{(0)}(i)$ 作平移变换可提高数函数的光滑程度.

定理 设 $\{x^{(0)}(i), i=1, 2, \dots, N\}$ 为非负单调原始序列, 1 AGO 为 $x^{(1)}(i) = \sum_{k=1}^i x^{(0)}(k)$, A 为正数, 参数 $\odot_a \in (0, A)$, 通过数据变换

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = (B^T B)^{-1} B^T Y_N, \quad (1)$$

$$B = \begin{bmatrix} -\left(\frac{1}{2}(x^{(1)}(2) + x^{(1)}(1))\right)^{\otimes a} & 1 \\ -\left(\frac{1}{2}(x^{(1)}(3) + x^{(1)}(2))\right)^{\otimes a} & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}\left((x^{(1)}(N) + x^{(1)}(N-1))\right)^{\otimes a} & 1 \end{bmatrix}, \quad Y_N = (x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(N))^T.$$

$x^{(1)}(i)$ 可用下列非线性微分方程来拟合

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + a[x^{(1)}]^{\otimes a} = b, \quad (2)$$

$$x^{(1)}|_{t=0} = x^{(1)}(1). \quad (3)$$

证明 不妨设 $x^{(0)}(i)$ 满足光滑性条件, 由引理 1 的推论知 $x^{(1)}(i)$ 可用 (2) 来拟合. 将 (2) 表示成差分方程, 并取 $\Delta t = t_i - t_{i-1} = 1$, 得

$$\begin{aligned} x^{(1)}(i) - x^{(1)}(i-1) + a[x^{(1)}(i)]^{\otimes a} &= b, \\ x^{(0)}(i) &= -a[x^{(1)}(i)]^{\otimes a} + b. \end{aligned} \quad (4)$$

(4) 中对 $x^{(1)}(i)$ 均值生成, $i = 2, 3, \dots, N$, 得

$$\begin{aligned} x^{(0)}(2) &= -\left[\frac{1}{2}(x^{(1)}(2) + x^{(1)}(1))\right]^{\otimes a} + b, \\ x^{(0)}(3) &= -\left[\frac{1}{2}(x^{(1)}(3) + x^{(1)}(2))\right]^{\otimes a} + b, \\ &\vdots \\ x^{(0)}(N) &= -\left[\frac{1}{2}(x^{(1)}(N) + x^{(1)}(N-1))\right]^{\otimes a} + b. \end{aligned}$$

即

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(N) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\left(\frac{1}{2}(x^{(1)}(2) + x^{(1)}(1))\right)^{\otimes a} & 1 \\ -\left(\frac{1}{2}(x^{(1)}(3) + x^{(1)}(2))\right)^{\otimes a} & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\left(\frac{1}{2}(x^{(1)}(N) + x^{(1)}(N-1))\right)^{\otimes a} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}, \\ Y_N &= B \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (5)$$

显然矩阵 B 满秩, 由最小二乘法得

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = (B^T B)^{-1} B^T Y_N.$$

若 $x^{(0)}(i)$ 不满足光滑性条件, 由引理 2 知只要 $\exists d_0 > 0$, 作变换 $x_1^{(0)}(i) = x^{(0)}(i) + d_0$, 可使 $x_1^{(0)}(i)$ 光滑, 从而可用 (2) 式拟合. 所以, 任意非负单调序列 $\{x^{(0)}(i)\}$ 的 1 次累加生成序列 $\{x^{(1)}(i)\}$ 可用 (2) 式拟合.

三、计算方法

1. 光滑性检验与平移变换

取 $\varepsilon = 1$, 光滑性条件变为 $\sum_{k=i}^{i-1} x^{(0)}(k) > x^{(0)}(i)$. 若 $x^{(0)}(i)$ 不满足这个条件, 作平移变换, 取 $d_0 = \max(x^{(0)}(i)) = x^{(0)}(N)$ 或 $d_0 = 10^\beta$ ($\beta = [\lg(x^{(0)}(N))] + 1$).

2. 系数 a 、 b 的求解

取 $\odot_a$ 的白化值 a_0 , 用 (1) 求解.

3. 非线性微分方程 (2)、(3) 的求解

取 $\odot_a$ 的一白化值 a_0 , 令 $x^{(1)}(t) = f(t)$, 得

$$\frac{df}{dt} = -af^{a_0} + b, \quad (6)$$

$$f|_{t=0} = f(0). \quad (7)$$

设 $t \in [0, T]$ (T 为有限正数), 因为 $F(t, f) = -af^a + b$ 在 R^2 上连续, 且 $F'_f(t, f)$ 有界 ($|F'_f(t, f)| = |-aa_0 f^{a-1}| < L$), 由中值定理, 得

$$|F(t, f_1) - F(t, f_2)| = |F'_f(t, \xi)(f_1 - f_2)| < L|f_1 - f_2|.$$

$\xi \in (f_1, f_2)$, 所以 $F(t, f)$ 满足 Lipschitz 条件, 由压缩映象原理可证 (6), (7) 有唯一连续的解. 用四阶 Runge-kutta 方法求解 (6), (7), 选取合适的步长 h ($0 < h \leq h_0$) 可使数值积分稳定 (h 满足 $|haa_0(x^{(1)})^{a-1}| < 2.78$ 且 $a > 0$ 时绝对稳定), 从而求出 $\hat{x}^{(1)}(i)$, $i = 1, 2, \dots, N, N+1, \dots$ ($i > N$ 为预测值), 通过 1IAGO 得

$$\hat{x}^{(0)}(i) = \hat{x}^{(1)}(i) - \hat{x}^{(1)}(i-1).$$

4. 参数 $\otimes_a$ 的确定

设 α 是 $\otimes_a$ 的白化值, 用直接搜索法求出 $\hat{\alpha}$, 使相对误差 R 为最小或达到给定的精度.

5. 时间序列的非线性灰色模型建模

1° 给定初值 $\hat{\alpha}_0^j$ 和 Δ (Δ 是探索步长).

2° $h = 1$.

3° 由下式求出 $\hat{\alpha}_i^j$ ($i = 1, 2, 3$),

$$\begin{cases} \hat{\alpha}_1^j = \hat{\alpha}_0^{j-1} - \Delta, \\ \hat{\alpha}_2^j = \hat{\alpha}_0^{j-1}, \\ \hat{\alpha}_3^j = \hat{\alpha}_0^{j-1} + \Delta. \end{cases} \quad (8)$$

4° $j = 1$.

5° 对于 $\hat{\alpha}_i^j$, 计算 $x^{(1)}(i) = \sum_{t=1}^i x^{(0)}(t_1)$ (1AGO), 由 (1) 求 $\hat{a}$, $\hat{b}$, 再用四阶 Runge-kutta 方法求解 (2), (3) 得 $\hat{x}^{(1)}(i)$, 计算 $\hat{x}^{(0)}(i) = \hat{x}^{(1)}(i) - \hat{x}^{(1)}(i-1)$ (1IAGO).

6° 由 (9) 计算相对误差

$$R_j^i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|\hat{x}^{(0)}(i) - x^{(0)}(i)|}{x^{(0)}(i)}. \quad (9)$$

若 $j < 3$, $j = j+1$, 转向 5°, 否则作 7°.

7° 若 R_1^i 最小或 $|R_j^i - R_j^{i-1}| < 10^{-2} g(a) R_j^{i-1}$ 作 8°, 否则 $h = h+1$, $\hat{\alpha}_0^{j+1} = \hat{\alpha}_1^j$ (R_1^i 最小) 或 $\hat{\alpha}_0^{j+1} = \hat{\alpha}_3^j$ (R_3^i 最小), 转向 3° (其中 $g(a)$ 为给定函数).

8° 最后求出 $\hat{\alpha}_0^j$, $\hat{a}$, $\hat{b}$ 为问题的解, 预测区间为 $[\hat{x}_1^{(0)}(i), \hat{x}_2^{(0)}(i)]$, $\hat{x}_1^{(0)}(i)$, $\hat{x}_2^{(0)}(i)$ 分别为 $\hat{a}$ 取 $\hat{\alpha}_0^j$, $\hat{\alpha}_0^{j-1}$ 时 $x^{(0)}(i)$ 的估计值 (设 $\hat{x}_1^{(0)}(i) < \hat{x}_2^{(0)}(i)$), $i > N$.

四、讨 论

1. 方程 $\frac{dx^{(1)}}{dt} + a[x^{(1)}]^a = b$ ($a < 0$) 的解为上升曲线, 将方程改写为如下形式

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} = -a[x^{(1)}]^a + b. \quad (10)$$

(10) 式表明曲线拟合反映 $\frac{dx^{(1)}}{dt}$ 与 $x^{(1)}$ 之间的非线性关系, (10) 求得

$$\frac{d^2 x^{(1)}}{dt^2} = -\alpha \alpha [x^{(1)}]^{a-1} \frac{dx^{(1)}}{dt}, \quad (11)$$

从(11)式可知 α 具有明显的几何意义:它反映了被拟合曲线的凸凹性及 $x^{(0)}$ 的变化率($\frac{dx^{(0)}}{dt}$ 与 $\frac{d^2 x^{(1)}}{dt^2}$ 相对应),当 $\alpha \neq 1$ 时, $\frac{d^2 x^{(1)}}{dt^2}$ 还与 $x^{(1)}$ 有关,因此能更好地反映原始序列提供的信息。(10)对 α 求导,得 $\left(\frac{dx^{(1)}}{dt}\right)' = -\alpha(x^{(1)})^a \ln x^{(1)}$,即 $(x^{(0)})'_a = -\alpha(x^{(1)})^a \ln x^{(1)}$ >0 ,即 $x^{(1)}(t)$ 对于 α 单调,当 $\alpha < 1.00$ 时, $x^{(1)}(t)$ 的变化率小于指数上升变化率,反之, $x^{(1)}(t)$ 的变化率大于指数上升率,当 $\alpha = 1.00$, $x^{(1)}(t) = Ae^{at} + B$,退化为线性GM(1,1)模型(图1)。

2. 迭代过程中,若 $|R_t^* - R_{t-1}^{*-1}| < 10^{-2} g(\alpha) R_t^{*-1}$,则认为达到给定精度。 $g(\alpha) = 1$,为减少计算量,也可取 $g(\alpha) = \frac{1 - \alpha_0^*}{\Delta} = k$ 求出 α_0 , $\hat{a}$, $\hat{b}$ 作为近似解。初值一般取 $\alpha_0^* = 1.00$, Δ 可适当选取。

3. 当 α 取某些值时,(2)可求出解析解。下面列出 $\alpha = 0.5, 1.0, 2.0$ 时的解(令 $x^{(1)}(t) = f$)。

$$(1) \alpha = 0.5, \quad \frac{df}{dt} = b - af^{0.5},$$

$$\sqrt{f} - \sqrt{f_0} + \frac{b}{a} \ln \frac{a\sqrt{f} - b}{a\sqrt{f_0} - b} + \frac{a}{2} t = 0;$$

$$(2) \alpha = 1.0, \quad \frac{df}{dt} = b - af,$$

$$f = \left(f_0 - \frac{b}{a}\right)e^{-at} + \frac{b}{a};$$

$$(3) \alpha = 2.0, \quad \frac{df}{dt} = b - af^2,$$

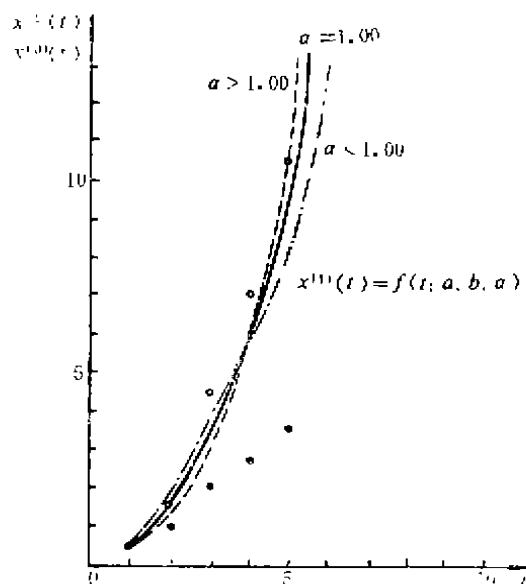


图1 曲线 $x^{(1)}(t) = f(t; a, b, \alpha)$
• $x^{(0)}(i)$ • $x^{(1)}(i)$

$$f = \frac{\sqrt{|b|} (1 + c_0 e^{-2\sqrt{ab}t})}{\sqrt{|a|} (1 - c_0 e^{-2\sqrt{ab}t})},$$

$$c_0 = \frac{\sqrt{|a|} f_0 - \sqrt{|b|}}{\sqrt{|a|} f_0 + \sqrt{|b|}} \quad (ab > 0); \quad f = \sqrt{\frac{|b|}{|a|}} \operatorname{tg}(\sqrt{|ab|}t + c_1),$$

$$c_1 = \operatorname{arc} \operatorname{tg}\left(\sqrt{\frac{|a|}{|b|}} f_0\right) \quad (ab < 0).$$

4. 对于预测来说, $\hat{x}_a^{(0)}$ 可由 $x^{(0)}(1), \dots, x^{(0)}(N)$ 中 N 个数据确定,也可由后 p 个数据确定,即 $x^{(0)}(N-p+1), \dots, x^{(0)}(N)$,这时 R_t^* 改为

$$R_t^* = \frac{1}{p} \sum_{i=N-p+1}^N \frac{\hat{x}^{(0)}(i) - x^{(0)}(i)}{x^{(0)}(i)}, \quad (12)$$

或由某过程的特点以及其它专业知识决定,这样能提高预测精度。用(12)式估计 $\hat{x}_a^{(0)}$ 说明对于较长序列下一步预测值与近期数据的变化关系密切,而与较长时间数据关系较小。另外也可以用 M 个数据($M < N$)滑动地建立模型进行动态预测,此时参数 a, b, α 与时间有关。

5. 模型(2)建模只需非负单调序列即可,对 $x^{(0)}(t)$ 的光滑性要求不高,通过平移变

换及数据生成(AGO过程)减弱序列的随机性,使序列光滑性提高,从而提高模型精度。虽然多次累加变换能使序列确定性上升趋势更加明显而容易用GM(1,1)建模,但作逆变换仍需多次,从而误差增大,因此只能选择次数较少的累加变换(≤ 2 次),使模型精度稳定提高,对于波形序列需用拓扑预测方法。

五、数值实例

给定原始时间序列 $\{x^{(0)}(i), i=1, 2, \dots, 8\}$ (见表1第2行), 这个序列具有以下特点: ①非光滑; ②变化率不均匀, 下面分别建立线性和非线性灰色模型(结果见表1)。

表1 线性和非线性模型的估计值

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	R(相对误差)
$x^{(0)}$	8	8	37	95	151	188	197	231			
$\hat{x}_1^{(0)}$	3.00	59.09	76.67	99.47	129.06	167.45	217.26	281.87	365.71	474.49	1.011
$\hat{x}_2^{(0)}$	3.00	8.10	44.23	89.13	130.34	167.78	202.27	234.45	264.75	293.51	0.069
$\hat{x}_3^{(0)}$	3.00	17.94	53.04	89.36	126.91	165.78	205.97	247.56	290.57	335.08	0.266
$\hat{x}_4^{(0)}$	3.00	6.19	52.90	94.72	133.63	170.58	206.11	240.54	274.11	307.00	0.119

表1中 $\hat{x}_1^{(0)}$, $\hat{x}_2^{(0)}$ 是由 $x^{(0)}$ 直接建立线性和非线性灰色模型得出的估计值, 微分方程分别为

$$(a) \quad \frac{dx^{(1)}}{dt} - 0.26039x^{(1)} = 50.95243,$$

$$(b) \quad \frac{dx^{(1)}}{dt} - 21.73427(x^{(1)})^{0.878} = -31.97454 (\hat{\alpha}_0^* = 1.00, \Delta = 0.001).$$

$\hat{x}_3^{(0)}$, $\hat{x}_4^{(0)}$ 是作平移变换 $Y^{(0)} = x^{(0)} + 1000$ 后建立线性和非线性灰色模型得出的估计值 ($\hat{x}^{(0)} = \hat{Y}^{(0)} - 1000$), 微分方程分别为

$$(c) \quad \frac{dY^{(1)}}{dt} - 0.033901Y^{(1)} = 966.783;$$

$$(d) \quad \frac{dY^{(1)}}{dt} - 0.990497(Y^{(1)})^{0.995} = 891.692 (\hat{\alpha}_0^* = 1.00, \Delta = 0.05).$$

非线性模型(b), (d)建模过程中相对误差 R 随 α 的变化曲线 $R = R(\alpha)$ 见图2中实线 $(R(\alpha) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|\hat{x}^{(0)}(i) - x^{(0)}(i)|}{x^{(0)}(i)})$ 和虚线 $(R_1(\alpha) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|\hat{Y}^{(0)}(i) - Y^{(0)}(i)|}{Y^{(0)}(i)})$ 。模型(b)精度较高, 但计算量较大, 而模型(d)精度已足够, 而且计算量较小。

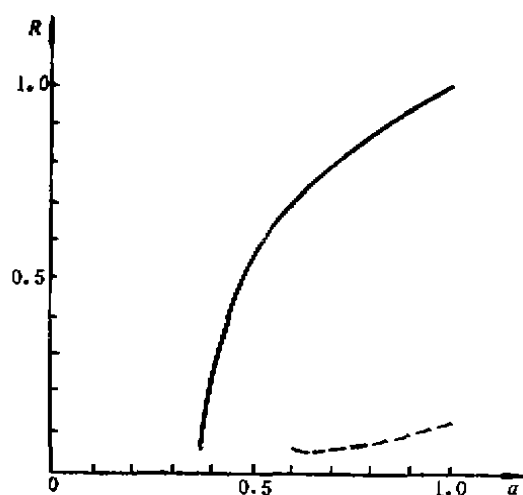


图2 曲线 $R = R(\alpha)$

六、应 用

1. 冷空气活动中期预报

用88年10—11月南京地区冷空气活动日期资料(冷空气活动, ① $\Delta T_{2,4} \leq -5^\circ\text{C}$ 或 $\Delta T_{4,8} \leq -7^\circ\text{C}$; ②风向转为偏北风, $\Delta P_{2,4} > 0$), 转化为以1月1日为1的顺序累积天数, 构成原始时间序列(见表2第2行), 给定 $\theta_0^* = 1.00$, $\Delta = 5 \times 10^{-2}$, 建立非线性灰色模型

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} - 0.000365(x^{(1)})^{1.50} = 296.543$$

模型相对误差为 $R = 8.7 \times 10^{-5}$. 模型预报11.17(322), 11.24(329)各有一次冷空气活动过程, 实况为11.16—11.17及11.23—11.24.

表2 冷空气活动日期中期预报

i	1	2	3	4	5	6	7
$x^{(0)}(i)$	296	300	304	309	315		
$\hat{x}^{(0)}(i)$	296.00	300.03	304.04	309.06	315.00	321.80	329.45

2. 太阳黑子相对数极小值年份预报

设 $x^{(0)}(i)$ 为1880年以来, 太阳黑子相对数极小值年份构成的时间序列(见表3第2行), 给定 $\theta_0^* = 1.00$, $\Delta = 5 \times 10^{-2}$, 建立非线性灰色模型

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} - 0.00328(x^{(1)})^{1.50} = 1888.48$$

模型相对误差为 $R = 1.97 \times 10^{-4}$ (建模时用(12)式计算 R_i^p , $p=5$). 模型预报1987年和1998年是太阳黑子相对数极小值年.

表3 太阳黑子相对数极小值年份预报

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$x^{(0)}(i)$	1889	1901	1913	1923	1933	1944	1954	1964	1976		
$\hat{x}^{(0)}(i)$	1889.0	1902.4	1912.3	1922.4	1932.8	1943.4	1954.1	1964.9	1975.9	1987.0	1998.3

参 考 文 献

- 1 邓聚龙. 灰色控制系统. 华中工学院出版社, 1985.
- 2 Bohm W, Gose G. 数值数学方法引论(中译本). 高等教育出版社, 1987.
- 3 陈兆国. 时间序列及其谱分析. 科学出版社, 1988.

The Fitting For Grey Nonlinear Differential

Equation $\frac{dx}{dt} + ax^{\otimes a} = b$

Yang Qiuming (杨秋明)

(Meteorological Observatory of Jiangsu Province)

Abstract

In this paper, the method of calculation is given for fitting a differential equation $\frac{dx}{dt} + ax^{\otimes a} = b$, and its nature and application are discussed.

Key words: Grey nonlinear differential equation; Fitting; Prediction

全国第五次灰色系统理论

学术讨论会议在华工召开

全国第五次灰色系统理论学术讨论会, 于1990年6月7日至10日, 在华中理工大学学术中心隆重召开。

参加这次学术大会的有来自全国各省市(除台湾、西藏两省外)的正式代表近三百人。大会共收到学术论文三百多篇。在大会宣读的论文有一百多篇。这次会议与前四次会议比较有以下几点特点: 1. 参加人数多, 具有高级职称的代表多; 2. 学术交流的范围广, 探讨的理论更深入; 3. 学术气氛浓厚, 发言积极, 讨论活跃。

灰色系统理论创始人邓聚龙教授亲自主持这次大会。这次全国性的学术研讨会得到了湖北省、武汉市及华中理工大学的各级领导的大力支持, 会议于6月10日圆满胜利结束。

(李健荪)